

تمارين حول الدوال الأسية

تمرين 1

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{1}{x}\right)^x$

تمرين 2

أدرس و مثل مبيانيا الدالة f حيث $\begin{cases} f(x) = x^{2x} \\ f(0) = 1 \end{cases}$

تمرين 3

-1 حل في \mathbb{R} المعادلات

$$e^{x^2-3x-3} = e \quad ; \quad e^{4x-3} = 2$$

$$3e^{3x} - 2e^{2x} - e^x = 0$$

-2 حل في \mathbb{R} المتراجحات $3^{2x} - 3^x - 6 > 0$ $e^x - 2e^{-x} + 1 > 0$ $2e^{2x} - 3e^x + 1 < 0$

-3 حل في \mathbb{R}^2 النظمة $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2^x = 3^y \end{cases}$

تمرين 4

أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{2x} - 3e^x + 2}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{x^3}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 2}{e^x - 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sqrt{x}} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^x} - 1}{x - 1}$$

تمرين 5

I- نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي $f(x) = 2e^{2x} - 3e^x + 1$

أ- حدد D_f ونهايات f عند محددات D_f

ب- أدرس تغيرات f

2- أ- حدد نقطة تقاطع C_f و محور الأفاصيل

ب- حدد معادلة المماس ل C_f عند النقطة ذات الأفصول 0

ج- أدرس الفروع اللانهائية ل C_f

د- أنشئ C_f

II- نعتبر الدالة g المعرفة بـ $g(x) = \ln(2e^{2x} - 3e^x + 1)$

أ- حدد D_g ونهايات g عند محددات D_g

ب- أدرس تغيرات g

2- أدرس الفروع اللانهائية ل C_g ثم أنشئ C_g

تمرين 6

$$\begin{cases} f(x) = |2x(1 - \ln x)| & x > 0 \\ f(x) = e^x - 1 - 2\sqrt{1 - e^x} & x \leq 0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي

- 1- أدرس اشتقاق و اتصال f عند النقطتين 0 و e و أعط التأويل الهندسي للنتائج المحصل عليها
- 2- أحسب نهايات f عند محداث D_f ثم أدرس الفروع للانتهائية لـ C_f
- 3- أدرس تغيرات f و أنشئ C_f $\|i\| = \|j\| = 2cm$
- 4- بين أن g قصور الدالة f على $]-\infty; 0]$ تقابل من $]-\infty; 0]$ نحو مجال J يجب تحديده
- أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J

تمارين 7

$$f(x) = 2x + \frac{e^x}{e^x - 1}$$

نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ

- 1- حدد D_f و نهايات f عند محداث D_f
- 2- أدرس تغيرات f و أعط جدول تغيراتها
- 3- أدرس الفروع للانتهائية لمنحنى f
- 4- بين أن $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ مركز تماثل للمنحنى C_f
- 5- أنشئ C_f في مستوى منسوب إلى م.م.م
- 6- لتكن $m \in \mathbb{R}$. حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $2xe^x - (m-1)e^x - 2x + m = 0$

تمارين 8

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1} + \ln|x^2 - 1| \quad \text{بحيث } D = [0; 1[\cup]1; +\infty[$$

- I- نعتبر الدالة f المعرفة على $D = [0; 1[\cup]1; +\infty[$
- 1- أحسب نهايات f عند محداث D .
- 2- بين أن $f'(x) = \frac{2x(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$ لكل x من D و أعط جدول تغيرات f
- 3- استنتج مما سبق إشارة $f(x)$ لكل x من D

$$g(x) = x \ln|x^2 - 1| \quad \text{II- لتكن } g \text{ الدالة المعرفة على } D$$

- 1- أ- أحسب نهايات g عند محداث D .
- ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.
- 2- بين لكل x من D $g'(x) = f(x)$ و أعط جدول تغيرات g .
- 3- أ- استنتج من دراسة الدالة f إحداثيتي I نقطة انعطاف المنحنى C_g
- ب- حل في D المعادلة $g(x) = 0$
- ج- أنشئ C_g

تمارين 9

الجزء الأول

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)e^{2x} - 4(x-1)e^x - 2 \quad \text{لتكن } f \text{ الدالة المعرفة بـ}$$

- 1- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و بين لكل x من \mathbb{R}
- $$f(x) = xe^{2x} \left(1 - \frac{1}{2x} - \frac{4}{e^x} + \frac{4}{xe^x} - \frac{2}{xe^{2x}}\right)$$
- ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- أدرس تغيرات f

3- أ- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f

ب- بين أن C_f يقطع محور الأفاصيل في نقطة x_0 تنتمي إلى $[-2; -1]$

$$\left(e^4 \approx \frac{225}{4}; e^2 \approx \frac{15}{2}; e \approx \frac{11}{4} \right)$$

ج- أنشئ C_f $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

الجزء الثاني

$$\begin{cases} g(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 4) & x > 0 \\ g(0) = -2 \end{cases}$$

لتكن g الدالة المعرفة بـ

1- بين أن $g(x) = f(\ln x)$ $\forall x \in]0; +\infty[$

2- أدرس اتصال و اشتقاق g في يمين 0

3- أدرس تغيرات g

4- أ- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_g

ب- أستنتج من 2- ب- في الجزء الأول , تأطيرا لأفصول نقطة تقاطع C_g ومحور الأفاصيل

ج- حدد نصف المماس لـ C_g في النقطة ذات الأفصول 0 ثم أنشئ C_g