

الأستاذ:
نجيب
عثماني

سلسلة 14: الاحتمالات
المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

حدد عدد أجزاء المجموعة E التي تحتوي على ثلاث عناصر

تمرين 13: أحسب : C_4^2 و C_5^2 و C_7^4 و C_{12}^3 و

C_7^3 و C_5^3 و C_{12}^1 و C_7^7 و C_5^0 و C_5^4

تمرين 14: لاجتياز امتحان شفوي على كل مترشح أن يجيب على سؤالين مسحوبين عشوائيا من بين خمس أسئلة مقترحة حدد عدد الإمكانيات

تمرين 15: $E = \left\{2, 5, 6, 7, 1, 0, \frac{3}{4}\right\}$ $A = \{6, 7, 1, 0\}$

$B = \left\{\frac{3}{4}, 2, 7, 6, 1\right\}$ $C = \left\{\frac{3}{4}, 5\right\}$ $D = \{2\}$

1. تحقق أن A و B و C و D أجزاء من E .

2. حدد : \bar{A} , $A \cup B$, $A \cap B$

3. حدد عدد أجزاء E التي تحتوي على ثلاث عناصر

4. حدد عدد أجزاء E التي تحتوي على خمسة عناصر

تمرين 16: أحسب : C_6^2 و C_8^3 و C_{12}^4 و C_{11}^3 و

C_8^5 و C_6^4

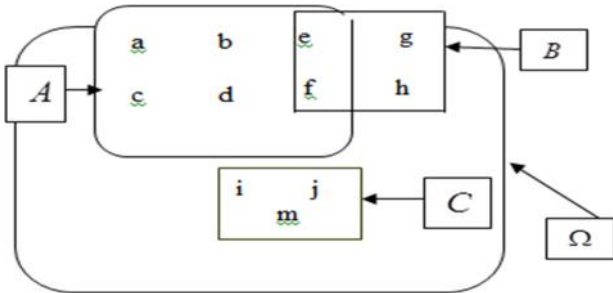
و C_{10}^1 و C_8^8 و C_{12}^0 و C_{11}^8

تمرين 17: أحسب : A_8^5 و A_7^3 و $\frac{12! \times 7!}{10! \times 8!}$ و $\frac{12!}{10!}$

$\frac{9! \times 5!}{8! \times 3!}$ و $\frac{A_8^2 \times A_{10}^4}{A_8^5}$ و $\frac{8! \times 3}{7!}$ و $\frac{9! \times 7!}{5! \times 8!}$ و $\frac{10^9}{5^8}$ و $\frac{A_9^4}{A_9^2}$

تمرين 18: الخطأ جانبه تبين توزيع تلاميذ أحد الأقسام حسب

الممارسة الرياضية :



الفئة A يمارسون كرة القدم

الفئة B يمارسون كرة اليد

الفئة C يمارسون كرة السلة

تمرين 1: نذكر أن لقطعة نقدية وجهين P و F

نرمي قطعة نقدية مرة واحدة

(1) حدد كون الامكانيات لهذه التجربة ؟

(2) حدد رئيسي المجموعة Ω

تمرين 2: نرمي قطعة نقدية مرتين متتاليتين

(1) حدد كون الامكانيات لهذه التجربة ؟

(2) حدد رئيسي المجموعة Ω

تمرين 3: نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات متتالية

(1) أرسم شجرة الامكانيات

(2) حدد كون الامكانيات Ω وحدد $\text{card}(\Omega)$

تمرين 4: نعتبر الأرقام التالية : 1 و 3 و 5

حدد عدد الأعداد المكونة من رقمين الذي يمكن تكوينه باستعمال الأرقام السابقة فقط

تمرين 5: نعتبر الأرقام التالية : 1 و 2 و 6

حدد عدد الأعداد المكونة من رقمين مختلفين الذي يمكن تكوينه باستعمال الأرقام السابقة فقط

تمرين 6: أحسب : A_4^2 و A_5^3 و A_7^4 و $\frac{A_6^3 \times A_{10}^4}{A_{10}^5}$

تمرين 7: لتشغيل الهاتف المحمول يجب الضغط على الأزرار الأربعة التي تحمل الأرقام المكونة للرقن السري حسب ترتيبها وإلا سيغلق تلقائيا

1. ما عدد الأفتان السرية الممكنة إذا علمت أن الأرقام المكونة لها لا يمكننا تكرارها؟
2. ما عدد الأفتان السرية الممكنة إذا علمت أن الأرقام المكونة لها لا يمكننا تكرارها وتتكون فقط من الأرقام التالية فقط :
3. 1 و 2 و 3 و 4؟

تمرين 8: نعتبر الأرقام التالية : 4 و 5 و 6

حدد عدد الأعداد المكونة من ثلاث أرقام مختلفة الذي يمكن تكوينه باستعمال الأرقام السابقة فقط

تمرين 9: أحسب : $4!$ و $5!$ و $7!$ و $\frac{10! \times 5!}{6! \times 8!}$

تمرين 10: ما عدد الكلمات من ستة حروف لها معنى أو لا والتي يمكن كتابتهما باستعمال جميع حروف الكلمة " المغرب "؟

تمرين 11: ما عدد الكلمات من أربع حروف لها معنى أو لا والتي يمكن تكوينها باستعمال الحروف التالية فقط:

S و I و D و A ؟

تمرين 12: نعتبر المجموعة التالية : $E = \{a; b; c; d\}$

نختار عشوائيا احد التلاميذ من هذا القسم

1) أكتب A و B و C و Ω و \bar{A} و \bar{C} و $A \cap B$ و $A \cup B$ و $A \cap C$ و $A \cup C$ بالتفصيل

2) أحسب: $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$ و $P(A \cap B)$ و

$P(A \cup B)$ و $P(A \cap C)$ و $P(A \cup C)$ و $P(\bar{A})$ و $P(\bar{C})$

3) قارن: $1 - p(A)$ و $p(\bar{A})$ و $1 - p(C)$ و $p(\bar{C})$

4) تحقق أن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5) تحقق أن: $P(A \cup C) = P(A) + P(C)$

تمرين 19: A و B حدثان مرتبطان بنفس التجربة العشوائية بحيث:

$p(A) = 0,7$ و $p(B) = 0,4$ و $p(A \cap B) = 0,3$.

أحسب: $p(\bar{A})$ و $p(\bar{B})$ و $p(A \cup B)$

تمرين 20: يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كرتين حمراوين

نسحب عشوائيا من الصندوق كرة واحدة

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية:

3. " سحب كرة بيضاء " B و " سحب كرة سوداء " N

" سحب كرة حمراء " R و " عدم سحب كرة سوداء " D

تمرين 21: يحتوي صندوق غير كاشف على أقراص مرقمة:

قرصان منهم يحملان الرقم 1 و ثلاث أقراص منهم يحملون الرقم 2

و سبعة أقراص تحمل الرقم 4

نسحب عشوائيا من الصندوق _____

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية:

" سحب قرص يحمل الرقم 1 " A

" سحب قرص يحمل الرقم 3 " B

" سحب قرص يحمل رقم زوجي " C

" سحب رقم أصغر من أو يساوي 2 " D

" سحب قرص لا يحمل الرقم 1 " E

تمرين 22: يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء

نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق _____

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية:

" سحب كرتين بيضاوين " B " سحب كرتين حمراوين " R

" سحب كرتين من نفس اللون " M

" سحب كرتين من لون مختلف " D

تمرين 23: يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و

5 كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق _____

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية:

" سحب ثلاث كرات بيضاء " B " سحب ثلاث كرات سوداء " N

" سحب ثلاث كرات حمراء " R

سحب ثلاث كرات من لون مختلف " D

"سحب ثلاث كرات من نفس اللون " M

"سحب كرتين بيضاوين فقط " E

تمرين 24: يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و

4 كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق _____

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية:

" سحب ثلاث كرات بيضاء " B "سحب ثلاث كرات حمراء " R

" سحب ثلاث كرات من لون مختلف " D

"سحب ثلاث كرات من نفس اللون " M

" سحب كرة واحدة سوداء فقط " E

" سحب كرتين حمراوين فقط " F

" سحب كرة بيضاء على الأقل " G

تمرين 25:

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق:

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية:

" سحب كرتين بيضاوين " B " سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون " M

" سحب كرتين من لون مختلف " D

" سحب كرة واحدة بيضاء " E

تمرين 26: يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء

و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث

كرات من الصندوق

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية:

" سحب ثلاث كرات بيضاء " B

" سحب ثلاث كرات سوداء " N

" سحب ثلاث كرات من نفس اللون " M

" سحب ثلاث كرات من لون مختلف " D

" سحب كرتين بيضاوين فقط " E

تمرين 27: يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء

و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال

كرتين من الصندوق:

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية:

" سحب كرتين بيضاوين " B " سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون " "سحب كرتين من لون مختلف " D

" سحب كرة واحدة بيضاء " E

تمرين 28: يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء بحيث: كرتين

تحتلان الرقم 1 و ثلاث كرات تحمل الرقم 2 وكذلك يحتوي على 7 كرات سوداء بحيث 4 كرات تحمل الرقم 2 و ثلاث كرات تحمل الرقم 1 لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس. نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق.

نعتبر الأحداث التالية: "الكرة المسحوبة بيضاء": B

"الكرة المسحوبة سوداء": N

"الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1": U

"الكرة المسحوبة تحمل الرقم 2": D

(1) أحسب احتمال الأحداث التالية: B و U و N و D و $B \cap U$ و $N \cap D$

(2) إذا كانت أو **علما** أن الكرة المسحوبة بيضاء فما هو الاحتمال لكي تكون حاملة للرقم 1

(ب) قارن: $P_B(U)$ و $\frac{P(B \cap U)}{P(B)}$

(3) إذا كانت أو **علما** أن الكرة المسحوبة سوداء فما هو الاحتمال لكي تكون حاملة للرقم 2

(ب) قارن: $P_N(D)$ و $\frac{P(D \cap N)}{P(N)}$

(4) **علما** أن الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو الاحتمال سحب كرة بيضاء

تمرين 29: نرمي نردا أوجه الستة مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة ونعتبر الحدثين التاليين:

" ظهور رقم زوجي " A و " ظهور رقم مضاعف للعدد 3 " B

(1) حدد احتمال الأحداث التالية: A و B و $A \cap B$ و $P_B(A)$

(2) قارن: $p(A \cap B)$ و $p(A) \times p(B)$

تمرين 30: نعتبر صندوقين A و B بحيث يحتوي الصندوق A

على 7 كرات: 3 بيضاء و 4 سوداء يحتوي الصندوق B على 10 كرات: 4 بيضاء و 6 سوداء.

لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس.

نقوم بالتجربة التالية: نسحب كرة من الصندوق A و كرة من الصندوق B .

أحسب احتمال الحدث E : "الحصول على كرة بيضاء من A و على كرة سوداء من B "

تمرين 31: يحتوي صندوق على:

ثلاثة كرات تحمل الرقم 1 و كرة واحدة تحمل الرقم 0 و الكرات المتبقية تحمل الرقم 2.

نسحب عشوائيا كرتين تانبا.

و ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأرقام الموجودة على الكرتين المسحوبتين.

إذا افترضنا أن هناك تساوي الاحتمال لكل السحبات:

(1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

(2) حدد قانون احتمال X .

(3) حدد الأمل الرياضي و المغايرة و الانحراف الطرازي ل X

تمرين 32: ليكن X متغيرا عشوائيا قانون احتمال معرف في الجدول التالي:

x_i	-1	0	2	4
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{6}$

(1) أحسب احتمال الحدث $(X = 2)$ أي قيمة a

(2) أحسب $E(X)$ و $\sigma(X)$.

تمرين 33: يحتوي صندوق على 6 كرات تحمل الأرقام: 0, 1, 1, 2, 2, 2 لا يمكن التمييز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و تانبا كرتين من الصندوق. ليكن Ω كون إمكانيات هذه التجربة العشوائية.

ليكن Y المتغير العشوائي التي يربط كل نتيجة **بمجموع** رقمي الكرتين المسحوبتين

(1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي Y .

(2) حدد قانون احتمال Y .

(3) حدد الأمل الرياضي و المغايرة و الانحراف الطرازي ل Y

تمرين 34:

يحتوي صندوق على 6 كرات تحمل الأرقام: 0, -1, -1, -1, 1, 2 لا يمكن التمييز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و تانبا كرتين من الصندوق. ليكن Ω كون إمكانيات هذه التجربة العشوائية.

ليكن Z المتغير العشوائي التي يربط كل نتيجة **بمجموع** رقمي الكرتين المسحوبتين

(1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي Z .

(2) حدد قانون احتمال Z .

(3) حدد الأمل الرياضي و المغايرة و الانحراف الطرازي ل Z

تمرين 35:

نعتبر نردا مكعبا أوجه الستة تحمل على التوالي الأعداد:

-2, 2, 1, 1, 1, -1

ونفترض أن الأوجه الستة متساوية احتمال

(1) نرمي هذا النرد مرة واحدة ونعتبر ونعتبر العدد الذي يعينه النرد عندما يستقر

نعتبر الحدثين التاليين: " ظهور عدد نسبي زوجي " A

" ظهور عدد موجب " B

حدد احتمال الحدثين A و B

(a) هل الحدثان A و B مستقلان؟

(2) رمينا هذا النرد ثلاث مرات متتالية, وليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يعين فيه النرد عددا نسبيا زوجيا

(a) حدد القيم الذي يأخذها المتغير العشوائي X

و حدد قانون احتمال X .

(b) أحسب $E(X)$, $V(X)$, $\sigma(x)$

(c) حدد احتمال الحدث التالي:

" ظهور مرتين على الأكثر عدد نسبي زوجي " C

تمرين 36:

نعتبر الاختبار التالي:

نرمي نردا مكعبا أوجه الستة مرقمة من 1 إلى 6

ونعتبر الحدث التالي:

" الحصول على عدد قابل للقسمة على 3 " A

أحسب $p(A) = p$ احتمال الحدث A و $p(A) = p$ احتمال

الحدث \bar{A}

II. تكرار الاختبار السابق أربع مرات متتالية :

أي نرمي النرد 4 مرات : عدد المرات هو : $n = 4$
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A (خلال $n = 4$ اختبار).

(1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي
(2) حدد قانون احتمال X .

(3) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ و المغايرة $V(X)$.

تمرين 37:

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة ثلاث مرات متتالية ونعتبر الحدث التالي : " ظهور الوجه A "
أحسب احتمال الحدث التالي :

" ظهور الوجه F مرتين بالضبط B "

تمرين 38:

الاحتمال لكي يصيب رام الهدف هو : $\frac{2}{3}$
قام هذا الرامي بـ 5 محاولات :

أحسب احتمال الحدث التالي :

" الرامي يصيب الهدف أربع مرات بالضبط B "

تمرين 39: نرمي قطعة نقدية 3 مرات متتالية
 X : " المتغير العشوائي الذي يربط كل نتيجة بعدد المرات الذي يظهر فيها الوجه P "

1- حدد $cad\Omega$ ؛ $X(\Omega)$

2- حدد قانون احتمال X

3- احسب : $E(X)$ ؛ $V(X)$ ؛ $\sigma(X)$

تمرين 40: يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء و 12 سوداء و 3 حمراء .

نسحب 8 كرات بالتتابع بإحلال

نعتبر الحدث B : " الحصول على 6 كرات بيضاء بالضبط "

1) احسب : $P(B)$

2) نعتبر X : " عدد المرات التي تكون فيها الكرة بيضاء "

احسب : $E(X)$ ؛ $V(X)$

تمرين 41: يحتوي صندوق على 6 كرات سوداء و 3 حمراء .

نسحب من الصندوق كرتين بالتتابع بدون إحلال .

نعتبر : الحدث A : " الكرة الأولى سوداء "

الحدث B : " الكرة الثانية حمراء "

أ - حدد : $P(A \cap B)$ ؛ $P(B)$ ؛ $P(A)$

ب- هل A و B مستقلان ؟

ج- احسب : $P(\bar{A} \cap B)$ ، $P(A \cup B)$ ، $P_B(A)$

تمرين 42: (امتحان 2009): يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء

نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق _____ ونفترض أن جميع الكرات لها نفس الاحتمال لكي تسحب.

1) نعتبر الحدثين التاليين : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون A "

" الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى B "

بين أن : $p(A) = \frac{3}{44}$ و $p(B) = \frac{3}{11}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها

أ) حدد قانون احتمال X .

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$

تمرين 43:

يحتوي صندوق على:

3 أقراص تحمل الأرقام 1, 1, 2

4 أقراص تحمل الأرقام 1, 1, 2, 2

5 أقراص تحمل الأرقام 1, 2, 2, 2, 3

نسحب عشوائيا قرصين من الصندوق _____ ونفترض أن جميع الأقراص لها نفس الاحتمال لكي تسحب.

(1) نعتبر الأحداث التالية : " سحب قرصين من نفس اللون A "

" الحصول على قرص واحد أخضر فقط B "

و " الحصول على قرصين يحملان نفس الرقم C "

(a) حدد احتمال الأحداث A و B و C

(b) هل الحدثان A و B مستقلان ؟

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة ممكنة لقرصين بمجموع الرقمين المسجلين عليهما

(a) حدد القيم الذي يأخذها المتغير العشوائي X

و حدد قانون احتمال X .

(b) أحسب $E(X)$ ، $V(X)$ ، $\sigma(x)$

تمرين 44:

يتكون المكتب الإداري لإحدى الجمعيات من سبعة رجال وثلاث نساء , أربعة من بين الرجال وامرأتان سنهم ثلاثون

سنة فما فوق

نختار عشوائيا _____ أفراد من هذا المكتب لتمثيل الجمعية في مهمة .

(1) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الأفراد الذي سنهم ثلاثون سنة فما فوق من بين الأفراد الثلاثة المختارين

حدد القيم الذي يأخذها المتغير العشوائي X

و حدد قانون احتمال X .

(2) نعتبر الحدثين التاليين :

" اختيار رجلين و امرأة A "

" اختيار ثلاثة أشخاص سنهم أقل من ثلاثين سنة B "

(a) حدد احتمال الحدثين A و B

(b) هل الحدثان A و B مستقلان ؟

تمرين 45:

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء

و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين

من الصندوق :

3. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

4. حدد احتمال الأحداث التالية : " سحب كرتين بياضين B "

" سحب كرتين سوداوين N "

" سحب كرتين من نفس اللون M "

" سحب كرتين من لون مختلف D "

" سحب كرة واحدة بيضاء من لون مختلف D "

تمرين 46 : يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء

و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال

كرتين من الصندوق :

3. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

4. حدد احتمال الأحداث التالية : " سحب كرتين بياضين " B

" سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون " M

" سحب كرتين من لون مختلف " D

" سحب كرة واحدة بيضاء " B

تمرين 47 : يتكون قسم من 4 إناث و 8 ذكور

نختار عشوائيا _____ تلميذين لتمثيل القسم في الأنشطة داخل

الثانوية

1. حدد $card(\Omega)$ عدد الاختيارات الممكنة

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

« اختيار تلميذين ذكرين " B

" اختيار تلميذتين " N

" اختيار تلميذين من جنس مختلف " D

" اختيار تلميذين من نفس الجنس " M

" اختيار على الأقل تلميذة " F

تمرين 48 : A و B مجموعتين بحيث : $P(A) = \frac{4}{7}$ و

$$P(A \cup B) = \frac{6}{7} \text{ و } P(B) = \frac{2}{7}$$

أحسب $P(A \cap B)$ و $P(\bar{A})$



« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien