

حساب الاحتمال

2 ع ت

1. التعداد:

خاصية : (المبدأ الاساسي للتعداد - او مبدأ الجداء)

لتكن E تجربة تتطلب نتائجها k اختيارا
اذا كان الاختيار الاول يتم ب n_1 طريقة مختلفة
و الاختيار الثاني يتم ب n_2 طريقة مختلفة
والاختيار k يتم ب n_k طريقة مختلفة .

فان عدد النتائج الممكنة هو الجداء $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$

تعريف : (الترتيبات - التباديل)

ليكن n و p عنصرين من N^*
كل ترتيب ل p عنصر مختار من بين n عنصر (مع امكانية تكرار نفس
العنصر) يسمى ترتيبية بتكرار ل p عنصر من بين n عنصر .
كل ترتيب ل p عنصر مختار من بين n عنصر يسمى ترتيب بدون تكرار
ل p عنصر من بين n عنصر (هذا ممكن اذا كان $1 \leq p \leq n$) .
كل ترتيبية بدون تكرار ل n عنصر من بين n عنصر تسمى تبديلة ل n
عنصر .

تعريف : (التاليفات)

ليكن n و p عنصرين من N حيث $0 \leq p \leq n$.
وليكن E مجموعة مكونة من n عنصر
كل جزء من E يتكون من p عنصر يسمى تاليفة ل p عنصر من بين n
عنصر

خاصية : (حساب الاختيارات)

ليكن n و p عنصرين من N^*
عدد الترتيبات بتكرار ل p عنصر من بين n عنصر هو n^p .

عدد الترتيبات بدون تكرار ل p عنصر من بين n عنصر
(حيث $1 \leq p \leq n$) هو :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\dots(n-p+1)$$

عدد الترتيبات ل n عنصر من بين n عنصر هو

$$n(n-1)(n-2)\dots 2 \cdot 1 = n!$$

عدد التاليفات المكونة من p عنصر من بين n عنصر هو $\frac{A_n^p}{p!}$ ونرمز له

$$C_n^p$$

نتائج:

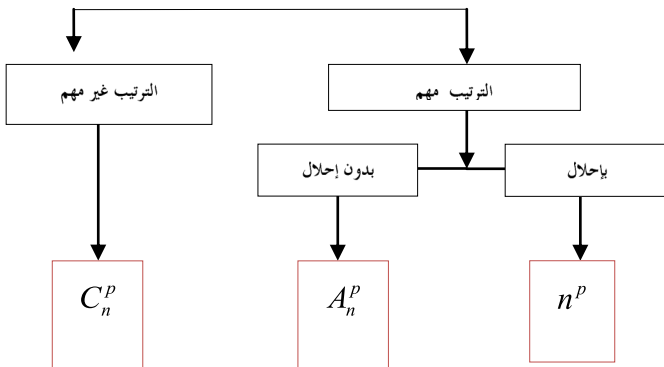
ليكن n من N^* و p عددا صحيحا طبيعيا حيث $0 \leq p \leq n$

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$C_n^p = C_n^{n-p}$$

$$(p+1 \leq n) C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$$

علاقة باسكال:



حيث في حالة سحب كرات من كيس :

n هو عدد الكرات الموجودة في الكيس و p هو عدد الكرات التي نريد سحبها

2. احتمال على مجموعة منتهية :

تعريف : (احتمال على مجموعة منتهية)

ليكن $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ كون إمكانيات تجربة عشوائية
عندما نربط كل جزء A من Ω بعدد حقيقي $p(A)$ بحيث :

$$p(\Omega) = 1$$

$$\forall (A, B) \in P(\Omega)^2 \quad A \cap B \Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

نقول إننا عرفنا احتمالا على Ω .

مصطلحات

الزوج (Ω, p) يسمى فضاء احتماليا منتهيا

كل جزء من Ω يسمى حدثا

لكل i من $\{1, 2, \dots, n\}$ حدث $\{\omega_i\}$ يسمى حدثا ابتدائيا

اذا كان $A \cap B = \Phi$ نقول ان A و B حدثين غير منسجمين

نتائج

ليكن (Ω, p) فضاء احتماليا منتهيا و A و B حدثين

$$p(\Phi) = 0$$

$$0 \leq p(A) \leq 1$$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) \quad (\text{حيث } \bar{A} \text{ متمم } A \text{ في } \Omega)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$



حساب الإحتمال

2 ع ت

خاصية : (فرضية تساوي الاحتمالات)

ليكن (Ω, p) فضاء احتمالي منتهيا
اذا كانت جميع الاحداث الابتدائية متساوية الاحتمال نقول ان فرضية
تساوي الاحتمالات محققة واحتمال كل حدث A في هذه الحالة هو

$$p(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$$

3. الاحتمال الشرطي :

تعريف : (الاحتمال الشرطي)

ليكن (Ω, p) فضاء احتمالي منتهيا . و A و B حدثين بحيث

$$p(A) \neq 0$$

احتمال B علما ان A محقق هو $\frac{p(A \cap B)}{p(A)}$

ونرمز له بالرمز $p_A(B)$ او $p(B/A)$

خاصية : (صيغة الاحتمالات المركبة)

ليكن (Ω, p) فضاء احتمالي منتهيا و A و B حدثين حيث

$$p(A)p(B) \neq 0 \text{ لدينا } p(A/B)p(B) = p(B)p(B/A)$$

تعريف : (تجزئة)

نقول ان الاحداث B_1 و B_2 و و B_n تكون تجزئة للفضاء Ω اذا
كان :

. الاحداث B_1 و B_2 و و B_n غير منسجمة مثنى مثنى .

$$B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = \Omega$$

خاصية : (صيغة الاحتمالات الكلية)

ليكن (Ω, p) فضاء احتمالي و B_1 و B_2 و و B_n تجزئة حيث

$$\forall i \in [1, n] \quad p(B_i) \neq 0$$

لكل A حدث ضمن Ω لدينا $p(A) = \sum_{i=1}^n p(A/B_i)p(B_i)$

تعريف : (استقلالية حدثين)

$$p(A \cap B) = p(A)p(B) \text{ : } A \text{ و } B \text{ مستقلين اذا كان}$$

خاصية : (استقلالية اختبارات)

اذا كان P احتمال الحدث A . واعدنا نفس الاختبار n مرة في ظروف

مستقلة فان احتمال وقوع k مرة الحدث هو $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

4. المتغير العشوائي :

تعريف : (المتغير العشوائي)

(Ω, p) فضاء احتمالي منته

عندما نربط كل عنصر من Ω بعدد x_i نقول أننا عرفنا متغيرا عشوائيا
على $[a, b]$.

تعريف : (قانون احتمال المتغير)

ليكن (Ω, p) فضاء احتمالي منته و X متغير عشوائي معرف على Ω

الجموعه $X(\Omega) = \{x_1, \dots, x_m\}$ تسمى مجموعة قيم X .

الدالة العددية التي تربط كل قيمة x_i بالعدد $p(X = x_i)$ تسمى

قانون احتمال المتغير X

تعريف : (وسيطات المتغير العشوائي)

ليكن (Ω, p) فضاء احتمالي منته و X متغير عشوائي معرف على Ω

$$E(X) = \sum_{k=1}^m x_k \cdot p(X = x_k) \text{ الامل الرياضي}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \text{ المغايرة}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \text{ الانحراف الطرازي}$$



5. القانون الحداني :

تعريف : (المتغير العشوائي الحداني)

ليكن n عدد موجب و $p \in [0, 1]$ عدد حقيقي

المتغير العشوائي X الذي قانونه الاحتمالي معرف بما يلي

$$\forall k \in [0, n] \quad p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

يسمى متغيرا عشوائيا حدانيا وسيطاه n و p .

خاصية : (وسيطات المتغير العشوائي الحداني)

ليكن X متغيرا عشوائيا حدانيا وسيطاه n و p لدينا

$$E(X) = np \text{ الامل الرياضي}$$

$$V(X) = np(1-p) \text{ المغايرة}$$

