ذ: المانتي	فرض رقم 1 دورة2	2017-16

الجزء (1) :

1) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=-x+1+x\ln x$

أـ أحسب المشتقة $g'(x)$ و ضع جدول تغيرات الدالة g

بـ أستنتج أن $g(x)\geq 0$ $(\forall x>0)$ و أن 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $g(x)=0$

2) نضع $h(x)=1+2x\ln x$ لكل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$

أـ أحسب المشتقة $h'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة h

بـ استنتج أن $h(x)>0$ $(\forall x\in]0,+\infty[)$

الجزء (2) :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} f(x)=x(\ln x-1)+2\sqrt{x} & ; \quad x\neq 0 \\ f(x)=0 \end{cases}$

1) أـ بين أن f متصلة على يمين $x_0=0$

بـ بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2) أـ أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

بـ بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أـ بين أن $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}h\left(\sqrt{x}\right)$

بـ استنتج أن الدالة f تزايدية ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

جـ أعط معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الأفصول $a=1$

4) أـ بين أن $f(x)-x=2\sqrt{x}\ g\left(\sqrt{x}\right)$ $(\forall x>0)$

بـ استنتج أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (Δ)

5) أ) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

ب) بين أن الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة $b=1$ و حدد العدد المشتق

6) أرسم المنحنيين (C_f) ، $\left(C'_{f^{-1}}\right)$ و المستقيم (Δ)

الجزء (3) :

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0=\frac{1}{2}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1ـ بين بالترجع أن $0<U_n<1$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2ـ بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

3ـ استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها