

ث-ع-العلي بنشقرون العرائش

الامتحان التجريبي 2004

التمرين الأول: (نقطتان)

$$I = \int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}} \quad (\text{ضع } t = \sqrt{e^x - 1})$$

(ن1) 1- احسب التكامل التالي :

$$J = \int_0^1 \text{Arctg}(x) dx$$

(ن1) 2- احسب باستعمال مكاملة بالأجزاء

التمرين الثاني: (3نقط)

يحتوي كيس على خمس بيدات لا يمكن التمييز بينها باللمس، بيدقتان تحملان الرقم 0 وبيدقتان تحملان الرقم 1 وبيدقة تحمل الرقم 2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد بيدقتين من الكيس.

1- ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع الرقمين المسجلين على البيدقتين المسحوبتين.

(ن1) أ- حدد قانون احتمال X .

(ن 0.5) ب- ليكن A الحدث: "سحب بيدقتين تحملان نفس الرقم". تحقق أن $p(A) = \frac{2}{10}$.

(ن 0.5) ج- بين أن الحدث A و الحدث $(X = 2)$ غير مستقلين.

(ن1) 2- تكرر التجربة السابقة ثلاث مرات متتابة، وفي كل مرة نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الكيس.

احسب احتمال تحقيق A مرتين على الأقل.

التمرين الثالث: (3.5نقط)

(ن1) 1- حل في C المعادلة $(E): z^2 + 2z + 1 + i = 0$.

(ن0.5) 2- احسب $|z|$ و $|z'|$ و z' و z'' جذرا المعادلة (E) حيث $(\text{Im}(z')) > 0$.

(ن1) 3- احسب $z'z''$ واكتب $z'+1$ على الشكل المثلثي.

(ن1) 4- استنتج $\text{Arg}(z')$ و $\text{Arg}(z'')$.

التمرين الرابع: (2.5نقط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(2,0,-2)$ ، $B(-2,1,-1)$ و $C(0,0,-1)$

والفلكة (S) ذات المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$.

(ن1) 1- احسب $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ واستنتج معادلة ديكالرتية للمستوى (ABC) .

(ن0.5) 2- حدد مركز وشعاع الفلكة (S) .

(1ن) 3- بين أن (ABC) مماس للفلكة (S) و حدد نقطة التماس.

مسألة: (9نقط)

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt[3]{x+1}, & x \geq -1 \\ (1-x^2)^{\frac{-x^2}{2}}, & x < -1 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي :

وليكن C_f منحناها في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

-I

(0.25 ن) 1- أ- ادرس اتصال f في -1

(0.5 ن) ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x)}{x+1} = -\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

(0.25 ن) ت- بين أن f قابلة للاشتقاق في -1^- ثم فسر النتيجة هندسيا.

(0.5 ن) ج- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

(0.5 ن) د- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{4x+3}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}, & x > -1 \\ x(x^2-3)^{\frac{-x^2}{2}}, & x < -1 \end{cases}$$

(0.5 ن) 2- أ- بين أن

(0.5 ن) ب- ضع جدول تغيرات f

(0.5 ن) 3- بين أن $f(x) \geq x$ لكل x من المجال $[-1, +\infty[$.

(0.5 ن) 4- أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس C_f في النقطة ذات الأضصول 0.

(1ن) ب- أنشئ C_f و (T). (تأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ و $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \approx 0.6$ و $e^{\frac{-3}{2}} \approx 0.2$).

-II

ليكن h قصور الدالة f على المجال $[-1, +\infty[$.

$$\begin{cases} U_0 \in [-1, +\infty[(U_0 \neq 0) \\ U_{n+1} = h(U_n) \forall n \geq 0 \end{cases}$$

نعتبر $(U_n)_{n \geq 0}$ المتتالية المعرفة كما يلي:

(1ن) 1- بين أن $(U_n)_{n \geq 0}$ تزايدية.

2- نفترض أن $-1 \leq U_0 < 0$

(0.5 ن) أ- بين أن $-1 \leq U_n < 0$ لكل n من IN .

(0.75 ن) ب- بين أن $(U_n)_{n \geq 0}$ متقاربة و احسب نهايتها.

3- نفترض أن $U_0 > 0$ و ليكن λ العدد الحقيقي التالي $\lambda = U_0(\sqrt[3]{U_0+1}-1)$.

SAID BOUZAWIT - lycée Abdelali Benchakroune

أ- بين أن $U_{n+1} - U_n \geq \lambda$ لكل n من \mathbb{N} . (0.75 ن)

ب- بين أن $U_n \geq U_0 + n\lambda$ لكل n من \mathbb{N} . (0.75 ن)

ج- استنتج نهاية $(U_n)_{n \geq 0}$. (0.25 ن)