

الترتيب في المجموعة \mathbb{R}

التمرين 7

a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً حيث :

$$ab=1 \text{ و } b < \frac{1}{2} \text{ و } a < 3$$

$$1. \text{ بين أن : } 2 < a < 3 \text{ و } \frac{1}{3} < b < \frac{1}{2}$$

$$2. \text{ بين أن : بين أن } 1 < \frac{1}{a-2b} < \frac{3}{7}$$

$$3. \text{ تحقق أن : } \frac{5}{7} \text{ قيمة مقربة للعدد } \frac{1}{a-2b} \text{ بالدقة } \frac{2}{7}$$

التمرين 8

a و b و c أعداد حقيقية.

$$\text{نضع } A = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc$$

$$1. \text{ بين أن : } 2A = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$$

$$2. \text{ استنتج أن : } ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$$

التمرين 9

a عدد حقيقي موجب قطعاً.

$$1. \text{ بين أن : } 1 + a + \sqrt{1+2a} > 2$$

$$2. \text{ أ - تحقق أن : } \sqrt{1+2a} - (1+a) = \frac{-a^2}{\sqrt{1+2a} + (1+a)}$$

$$\text{ب - استنتج أن : } \frac{-a^2}{2} < \sqrt{1+2a} - (1+a) < 0$$

$$\text{ج - استنتج تأطيراً للعدد } \sqrt{1,4} \text{ سعته } 0.02$$

التمرين 10

a و b عدنان حقيقيان حيث

$$0.75 < a < 0.80 \text{ و } \frac{-1}{2} < b < \frac{1}{4}$$

$$1. \text{ أطر } -4b+5 \text{ و } 1-a$$

$$2. \text{ بين أن : } \frac{1}{35} < \frac{1-a}{-4b+5} < \frac{1}{16}$$

$$3. \text{ بين أن } \frac{31}{24} \text{ تقريب للعدد } \frac{1}{a} \text{ بالدقة } 0.05$$

التمرين 11

$$1. \text{ بين أن } x \in \mathbb{R} : \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} - 1 = \frac{-x^2}{\sqrt{1+x^2} + 1 + x^2}$$

$$2. \text{ استنتج أن : } \left| \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} - 1 \right| \leq \frac{1}{2} x^2$$

$$3. \text{ أوجد قيمة مقربة للعدد } \frac{1}{\sqrt{1.0004}} \text{ بالدقة } 2 \cdot 10^{-4}$$

التمرين 1

$$\text{نضع } A = \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}} :$$

$$\text{و } B = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$$

$$1. \text{ تحقق أن } A \text{ سالب ثم بين أن } A = -\sqrt{2}$$

$$2. \text{ احسب } B^2 \text{ ثم استنتج كتابة مبسطة لـ } B$$

التمرين 2

a و b عدنان حقيقيان حيث :

$$-1 < b < 0 \text{ و } |a-2| < 1$$

$$1. \text{ تحقق أن : } 1 < a < 3$$

$$2. \text{ أطر } a+b \text{ و } a \cdot b$$

$$3. \text{ حدد إشارة } a+b - \sqrt{a^2 + b^2}$$

التمرين 3

$$1. \text{ حيث } x \in \mathbb{R} \text{ حيث } -2 < x < 1$$

$$\text{نضع } A = x^2 + 4x. \text{ بين أن } |A| < 8$$

$$2. \text{ و } a \text{ و } b \text{ عدنان حقيقيان حيث :}$$

$$|a| < \frac{1}{2} \text{ و } |b-2| < \frac{1}{2}$$

$$\text{بين أن : } 1 < \frac{2b}{b-a} < 5$$

التمرين 4

$$(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ حيث } x \geq 1 \text{ و } y \leq 1 \text{ و } x - y = 3$$

$$1. \text{ احسب قيمة } E \text{ حيث : } E = \sqrt{(2x-1)^2} + \sqrt{(2y-2)^2}$$

$$2. \text{ أ - تحقق أن : } \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \text{ و } -\frac{5}{2} \leq y \leq 1$$

$$\text{ب - احسب قيمة } F \text{ حيث : } F = |x+y-5| + |x+y+2|$$

التمرين 5

a و b و c أعداد حقيقية موجبة قطعاً

$$1. \text{ قارن } \frac{ab}{5a+b} \text{ و } \frac{5a+b}{20}$$

$$2. \text{ استنتج أن : } \frac{ab}{5a+b} + \frac{bc}{5b+c} + \frac{ac}{5c+a} \leq \frac{3}{10}(a+b+c)$$

التمرين 6

$$1. \text{ و } a \text{ و } b \text{ عدنان حقيقيان موجبان قطعاً حيث : } a^2 + b^2 = 2$$

$$\text{أ - بين أن } (a+b)^2 = 2(1+ab).$$

$$\text{ب - استنتج أن : } a+b > \sqrt{2}$$

$$2. \text{ و } \alpha \text{ و } \beta \text{ عدنان حقيقيان غير منعدمان :}$$

$$\text{بين أن : } \frac{\alpha^2}{\beta^2} + \frac{\beta^2}{\alpha^2} + 3 > 2 \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \right)$$