الترتيب في المجموعة $\mathbb{R}$

الترتيب في المجموعة $\mathbb{R}$

ليكن a و b عددين حقيقيين
نقول إن a أصغر من أو يساوي b و نكتب : $a \leq b$ إذا كان $a - b \leq 0$

الترتيب و العمليات

لتكن a و b و c و d أعدادا حقيقية.

- إذا كان $a \leq b$ فإن $a + c \leq b + c$
- إذا كان $a \leq b$ و $c \leq d$ فإن $a + c \leq b + d$
- إذا كان $a \leq b$ و $c \geq 0$ فإن $ac \leq bc$
- إذا كان $a \leq b$ و $c \leq 0$ فإن $ac \geq bc$
- إذا كان $ac \leq bc$ و $c > 0$ فإن $a \leq b$
- إذا كان $ac \leq bc$ و $c < 0$ فإن $a \geq b$
- إذا كان $0 \leq a \leq b$ و $0 \leq c \leq d$ فإن $ac \leq bd$

ليكن a و b عددين حقيقيين.

- $0 < a \leq b$ تعني $0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$
- $a \leq b < 0$ تعني $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a} < 0$

القيمة المطلقة

على محور ممنظم ، x هو أفصول نقطة M
القيمة المطلقة ل x هي المسافة الفاصلة بين أصل المعلم و النقطة M و يرمز لها ب : $|x|$
و لدينا : $OM = |x|$ حيث O هو أصل المعلم

المسافة بين عددين حقيقيين

إذا كان a و b على التوالي أفصولي نقطتين A و B على محور ممنظم ، فإن المسافة بين a و b هي المسافة بين A و B
و لدينا : $AB = |b - a|$

خاصيات القيمة المطلقة

ليكن x و y عددين حقيقيين ، لدينا :	
$\|x-y\|=\|y-x\|$	$\|x+y\|\leq\|x\|+\|y\|$
$\|xy\|=\|x\|\|y\|$	$\|x-y\|\geq\|x\|-\|y\|$
$\left\|\frac{x}{y}\right\|=\frac{\|x\|}{\|y\|}$ $(y\neq 0)$	$\|x\|=\|y\|$ تعني $x=y$ أو $x=-y$

المجالات

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $a\leq b$

مجموعة الأعداد الحقيقية x التي تحقق	الترميز
$a\leq x\leq b$	$[a,b]$
$a\leq x<b$	$[a,b[$
$a<x\leq b$	$]a,b]$
$a<x<b$	$]a,b[$
$x\leq a$	$]-\infty,a]$
$x<a$	$]-\infty,a[$
$x\geq b$	$[b,+\infty[$
$x>b$	$]b,+\infty[$
$x\in\mathbb{R}$	$]-\infty,+\infty[$

المجالات و القيمة المطلقة

ليكن $x\in\mathbb{R}$ و $r>0$

الكتابة باستعمال القيمة المطلقة	الكتابة باستعمال المجالات
$\|x\|\leq r$	$x\in[-r,r]$
$\|x\|\geq r$	$x\in]-\infty,-r]\cup[r,+\infty[$
$\|x-a\|\leq r$	$x\in[a-r,a+r]$
$\|x-a\|\geq r$	$x\in]-\infty,a-r]\cup[a+r,+\infty[$
$\|x\|<r$	$x\in]-r,r[$
$\|x\|>r$	$x\in]-\infty,-r[\cup]r,+\infty[$
$\|x-a\|<r$	$x\in]a-r,a+r[$

$\|x-a\|>r$	$x\in\left]-\infty,a-r\right[\cup\left]a+r,+\infty\right[$

التأطير

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $a<b$
كل متفاوتة من المتفاوتات المزدوجة :
$a<x<b$ و $a<x\le b$ و $a\le x<b$ و $a\le x\le b$ تسمى تأطيرا للعدد x سعته $b-a$

التأطير و العمليات

إذا كان $a\le x\le b$ و $c\le y\le d$ تأطيرين للعددين x و y على التوالي.
فإن $\begin{cases}a+c\le x+y\le b+d\\ a-d\le x-y\le b-c\end{cases}$ تأطيران للعددين $x+y$ و $x-y$.

لتكن a و b و c و d أعدادا حقيقية موجبة .
إذا كان $a\le x\le b$ و $c\le y\le d$ تأطيرين للعددين x و y على التوالي
فإن $ac\le xy\le bd$ هو تأطير للعدد xy

لتكن a و b و c و d أعدادا حقيقية موجبة قطعا .
إذا كان $a\le x\le b$ و $c\le y\le d$ تأطيرين للعددين x و y على التوالي
فإن : $\frac{1}{d}\le\frac{1}{y}\le\frac{1}{c}$ و $\frac{a}{d}\le\frac{x}{y}\le\frac{b}{c}$ هما تأطيران للعددين $\frac{1}{y}$ و $\frac{x}{y}$

التقريبات

ليكن $a<x<b$ أو $a<x\le b$ أو $a\le x<b$ أو $a\le x\le b$ تأطيرا للعدد x سعته $b-a$
- العدد a يسمى تقريبا للعدد x إلى $b-a$ بتفريط
- العدد b يسمى تقريبا للعدد x إلى $b-a$ بإفراط

قيمة مقربة

ليكن x عددا حقيقيا و r عددا حقيقيا موجبا قطعا.
كل عدد حقيقي a يحقق إحدى العلاقتين $|x-a|\le r$ أو $|x-a|<r$ يسمى قيمة مقربة للعدد x بالدقة r

التقريبات العشرية

ليكن x عددا حقيقيا بحيث : $N\times10^{-p}\le x<(N+1)\times10^{-p}$ (مع $p\in\mathbb{N}$ و $N\in\mathbb{Z}$)
- العدد $N\times10^{-p}$ يسمى التقريب العشري للعدد x إلى 10^{-p} بتفريط
- العدد $(N+1)\times10^{-p}$ يسمى التقريب العشري للعدد x إلى 10^{-p} بإفراط