ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

التحويلات الاعتيادية في المستوى

I. تعاريف:

1. التماثل المحوري:

ليكن (D) مستقيما من المستوى. التماثل المحوري الذي محوره (D) هو التحويل المستوي $S_{(D)}$ الذي يربط كل نقطة من المستوى (P) بالنقطة M' حيث يكون (D) واسطا للقطعة $[MM']$.

ملاحظة: إذا كانت M تنتمي إلى المستقيم (D) فان $S_{(D)}(M)=M$.

$S_{(D)}(M)=M'$ $\quad$ $S_{(D)}(N)=N'$

2. التماثل المركزي:

لتكن O نقطة من المستوى (P). التماثل المركزي الذي مركزه O هو التحويل المستوي S_O الذي يربط كل نقطة M من المستوى (P) بالنقطة M' حيث تكون النقطة O منتصف القطعة $[MM']$.

ملاحظة: $S_O(O)=O$

$S_O(M)=M'$ تعني O منتصف القطعة $[MM']$.

3. **الإزاحة:** لتكن $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة من المستوى. الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ هي التحويل المستوي الذي يربط كل نقطة M من المستوى (P) بالنقطة M' حيث $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$.

4. **التحاكي:** لتكن Ω نقطة من المستوى و k عددا حقيقيا غير منعدم التحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k هو التحويل المستوي h الذي يربط كل نقطة M من المستوى (P) بالنقطة M' حيث $\overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}$.

ملاحظة: إذا كانت $k=-1$ فان التحويل h هو تماثل مركزي مركزه Ω.

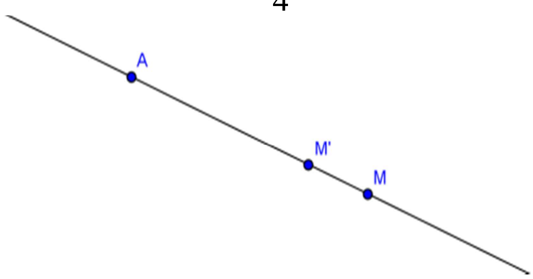
$h(M)=M'$ يعني أن النقط Ω و M و M' مستقيمية.

$h(M)=M'$ يعني $\overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}$

$h(N)=N'$ يعني $\overrightarrow{\Omega N'}=k\overrightarrow{\Omega N}$

مثال1: لتكن A و M نقطتين من المستوى, أرسم النقطة M' صورة النقطة M بالتحاكي h ذا المركز A و نسبته $\frac{3}{4}$

الجواب : $h(M)=M'$ يعني $\overrightarrow{AM'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AM}$



مثال2: عبر عن العلاقة المتجهية : $\overrightarrow{IC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{IB}$ بتحاك

الجواب :إذا اعتبرنا h التحاكي الذي مركزه I و نسبته $k=-\frac{2}{3}$

أي : $h\left(I,-\frac{2}{3}\right)$ فان : $\overrightarrow{IC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{IB}$ يعني $h(B)=C$

II. الخاصيات المميزة لكل من التحاكي و الازاحة والتماثل المركزي:

ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى و $k\in\mathbb{R}^*-\{1\}$

خاصية:(الخاصية المميزة للتحاكي)

يكون التحويل T تحاكيا نسبته k اذا وفقط اذا كان :

$T(M)=M'$ و $T(N)=N'$ بحيث : $\overrightarrow{M'N'}=k\overrightarrow{MN}$

خاصية:(الخاصية المميزة للازاحة)

يكون التحويل T ازاحة اذا وفقط اذا كان : $T(M)=M'$ و $T(N)=N'$ بحيث : $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$

ملاحظة : التماثل المركزي هو تحاكي نسبته $k=-1$

خاصية:(الخاصية المميزة للتماثل المركزي)

يكون التحويل T تماثلا مركزيا اذا وفقط اذا كان :

$T(M)=M'$ و $T(N)=N'$ بحيث : $\overrightarrow{M'N'}=-\overrightarrow{MN}$

III. خاصيات:

- كل هذه التحويلات تحافظ على المسافة باستثناء التحاكي الذي نسبته k بحيث $|k|\neq 1$.
- كل هذه التحويلات تحافظ على المنتصف.
- كل هذه التحويلات تحافظ على الاستقامية و التوازي و التعامد و قياس الزوايا الهندسية.

IV. صور بعض الأشكال:

- صورة مستقيم (Δ) بواسطة ازاحة أو تماثل مركزي أو تحاك هو مستقيم (Δ') يوازي (Δ).
- صورة قطعة $[AB]$ هي قطعة $[A'B']$ تقايس $[AB]$ إذا كان التحويل إزاحة أو تماثلا. أما إذا كان التحويل تحاكيا نسبته k فان $A'B'=|k|AB$
- صورة دائرة (E) ذات المركز c و الشعاع r هي دائرة مركزه ا c' صورة c و شعاعها r إذا كان التحويل إزاحة أو تماثلا ويكون شعاعها $|k|\cdot r$ إذا كان التحويل تحاكيا نسبته k.
- صورة الزاوية $[\widehat{AOB}]$ هي الزاوية $[\widehat{A'O'B'}]$ و $\widehat{A'O'B'}=\widehat{AOB}$ حيث A' و B' و O' هي صور A و B و O على التوالي بالتحويل.

V. الحفاظ على معامل استقامية متجهتين:

ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى و A و B و C و D نقط و A' و B' و C' و D' صورهم بالتحويل T

اذا كان : $\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}$ فان : $\overrightarrow{C'D'}=k\overrightarrow{A'B'}$