

التمرين الأول

بسط ما يلي :

$$x = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{45}$$

$$z = \frac{\sqrt{13}+3}{\sqrt{13}-3} + \frac{\sqrt{13}-3}{\sqrt{13}+3} \quad \text{و} \quad y = 4\sqrt{27} - 5\sqrt{48} + 4\sqrt{45}$$

التمرين الثاني

$$Z = \sqrt{5-\sqrt{21}} - \sqrt{5+\sqrt{21}} \quad \text{نضع}$$

$$(1) \quad \text{حدد إشارة } Z \text{ و بين أن } Z^2 = 6$$

$$(2) \quad \text{استنتج قيمة مبسطة للعدد } Z$$

التمرين الثالث

$$(1) \quad \text{أنشر } (\sqrt{11}+5)^2 \text{ و } (\sqrt{11}-5)^2$$

$$\text{ثم بسط } X = \sqrt{36-10\sqrt{11}} + \sqrt{36+10\sqrt{11}}$$

$$(2) \quad \text{بسط العدد } Y = (3-\sqrt{11})(2+\sqrt{11})\sqrt{18+5\sqrt{11}}$$

التمرين الرابع

$$\text{نضع } a = \sqrt{17-12\sqrt{2}} \text{ و } b = \sqrt{17+12\sqrt{2}}$$

$$\text{ونعتبر العددين } X = a+b \text{ ; } Y = b-a$$

$$(1) \quad \text{تحقق أن } ab=1$$

$$(2) \quad \text{أحسب } X^2 \text{ ; } Y^2$$

$$\text{ثم استنتج تبسيطا لكل من } X \text{ , } Y$$

$$(3) \quad \text{تحقق أن } a = \frac{X-Y}{2} \text{ , } b = \frac{X+Y}{2}$$

$$\text{و استنتج أن } a = 3-2\sqrt{2} \text{ ; } b = 3+2\sqrt{2}$$

$$(4) \quad \text{أحسب و بسط :}$$

$$x = (5\sqrt{2}-6)(3\sqrt{2}-2)\sqrt{17+12\sqrt{2}}$$

$$\text{و } y = (3+2\sqrt{2})\sqrt{17-12\sqrt{2}} - (3-2\sqrt{2})\sqrt{17+12\sqrt{2}}$$

التمرين الخامس

$$\text{أنشرو بسط } (\sqrt{6}+\sqrt{2})^2 \text{ ثم بسط العددين :}$$

$$X = (\sqrt{6}+\sqrt{2})\sqrt{2-\sqrt{3}} + (\sqrt{6}-\sqrt{2})\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$\text{و } Y = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

التمرين السادس

بسط ما يلي :

$$(1) \quad \beta = (\sqrt{5}+\sqrt{2}-3)(\sqrt{5}-\sqrt{2}+3)\sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

$$(2) \quad \eta = (\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-2)\sqrt{\sqrt{3}+2}$$

التمرين السابع

ليكن x عدد حقيقي موجب قطعاً وبحيث :

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \quad \text{ثم } x + \frac{1}{x} \quad \text{أحسب } x^3 + \frac{1}{x^3}$$

التمرين الثامن

ناقش حسب قيم m حلول المعادلتين :

$$(1) \quad (2m-1)x + m + 1 = 0$$

$$(2) \quad (m^2 - m)x + m - 1 = 0$$

التمرين التاسع

حل في \mathbb{R} ما يلي :

$$(1) \quad x^3 \geq 4x^2 \quad (2) \quad x^2 - 9 \leq 6(x-3)^2$$

$$(3) \quad \frac{1}{x-1} > \frac{1}{2x+1} \quad (4) \quad \frac{x+1}{2} \leq \frac{2}{x+1}$$

التمرين العاشر

$$(1) \quad \text{قارن العددين } 4\sqrt{3} \text{ و } 5\sqrt{2}$$

$$(2) \quad \text{قارن العددين } 3+\sqrt{5} \text{ و } \sqrt{3}+\sqrt{15}$$

$$(3) \quad \text{بين أن } \frac{1}{2} \leq \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{20} \leq 1$$

$$(4) \quad a < b \text{ , } a \text{ , } b \text{ عددان حقيقيان موجبان قطعاً مع } a < b$$

$$\text{بين أن } \frac{a}{1+b^2} < \frac{b}{1+a^2}$$

$$(5) \quad a > b \text{ , } a \text{ , } b \text{ عددان حقيقيان موجبان قطعاً وبحيث :}$$

$$\text{بين أن } \sqrt{a+1} - \sqrt{a} < \sqrt{b+1} - \sqrt{b}$$

التمرين الحادي عشر

حل في \mathbb{R} ما يلي :

$$(1) \quad |3x+1|+5=0 \quad (2) \quad |2x-3|-7=0$$

$$(3) \quad |4x-1|-2|x-2|=0$$

$$(4) \quad |x+2|-2x+1=0$$

التمرين الثاني عشر

a , b , c أعداد حقيقية موجبة قطعاً

$$1. \quad \text{بين أن } a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$\text{بد استنتج أن } \frac{a^4 + b^4 + c^4}{abc} \geq a + b + c$$

$$2. \quad \text{بين أن } (a+b)^2 \geq 4ab$$

$$\text{بد استنتج أن } \frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+a} + \frac{ca}{c+a} \leq \frac{a+b+c}{2}$$

التمرين الثالث عشر

ليكن a , b عددين حقيقيين من \mathbb{R}^{+*} وبحيث :

$$a + b = 1$$

$$(1) \quad \text{بين أن } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$$

$$(2) \quad \text{بين أن } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$$