أكاديمية الجهة الشرقية

سلسلة تمارين: الحدوديات

المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجي

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1 : حدد من بين التعابير التالية الحد وديات و درجتها ان أمكن :حيث $a\in\mathbb{R}$

$P(x)=\frac{1}{4}x^3+\frac{\sqrt{2}}{2}x^2-\sqrt{3}$ و $Q(x)=2x^2-x-\sqrt{x}$

$R(x)=5|x^2|+4|x|-5$ و $M(x)=\frac{5}{3}x^2+x+2-7x^4$

$N(x)=x^2+\frac{1}{x}+3$ و $O(x)=4$ و $E(x)=(a-1)x^4+x^2+x+1$

تمرين2 : نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$P(x)=2x^3-2x^2+x-3$ و $Q(x)=2x^2(x-2)+(x-1)(2x+3)$

1. حدد درجة الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$
2. ماذا تلاحظ ؟

تمرين3 : حدد حدودية $P(x)$ من الدرجة الثانية بحيث:

$P(0)=P(1)=5$

و $P(-2)=3$

تمرين4 : حدد الحدوديات المتساوية من بين الحدوديات التالية:

$P(x)=2x^3-2x^2+x-3$

$Q(x)=2x^2(x-2)+(x-1)(2x+3)$

$R(x)=2x^3+3x^2-2x-3$

تمرين5: نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$P(x)=x^4-2x^3+x^2-1$ و

$Q(x)=ax^5+(b+c)x^4+(c+d)x^3+dx^2+e$

حدد قيمة الأعداد الحقيقية a و bو c و d بحيث تكون $P=Q$

تمرين6 : نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$P(x)=12x^4-36x^3+47x^2-30x+7$ و

$Q(x)=(2x^2-3x+1)(ax^2+bx+c)$

حدد قيمة الأعداد الحقيقية a و bو c بحيث تكون $P=Q$

تمرين7: نعتبر الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$ بحيث:

$P(x)=(a-1)x^3+2ax^2+5x+6$

و $Q(x)=2x^3+4x^2+(3+a)x+3a$.

حيث a عدد حقيقي يخالف 1. حدد قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون $P(x)$ و $Q(x)$ متساويتين.

تمرين8 : أدرس تساوي الحدوديتين في الحالات التالية:

1. $P(x)=x^3+2x^2(x-1)+x$ و $Q(x)=x^2(3x-2)+x$
2. $P(x)=(x-1)^3$ و $Q(x)=x^3-3x^2-3x+1$

تمرين9 : أحسب مجموع الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$ حيث:

$P(x)=x^2+x+1$ و $Q(x)=x^3-x^2+2$

ثم قارن : $d^0(P+Q).....d^0P+d^0Q$

تمرين10 : نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$P(x)=5x^3-2x^2+3x+1$ و $Q(x)=-2x^3+5x^2-2x-1$

حدد : $P(x)+Q(x)$ و $P(x)-Q(x)$

تمرين11 : نعتبر الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$

A) أحسب في الحالتين التاليتين $P(x)+Q(x)$ و

$P(x)-Q(x)$ و $3P(x)-2Q(x)$

1) $P(x)=x^3+2x^2-1$ و $Q(x)=3x^4-x^3+x$

2) $P(x)=x^5-x^2+3$ و $Q(x)=-x^5+x^2-5$

B) أحسب $P(x)\times Q(x)$ و $(P(x))^2$

في الحالتين التاليتين

وقارن deg (PQ) و deg (P) +deg (Q)

1) $P(x)=x^2-1$ و $Q(x)=x^2+2x-3$

2) $P(x)=x^4-x^2+2$ و $Q(x)=3x+2$

تمرين12 : نعتبر الحدودية بحيث: $P(x)=x^3-2x^2-5x+6$

هل الأعداد 1 و 2 و 3 و-2 جذور للحدودية $P(x)$ ؟

تمرين13 : نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x)=2x^2-x-1$

1.بين أن 1 جذر للحدودية $P(x)$

2.تأكد أن : $P(x)=(x-1)(2x+1)$

نقول $P(x)$ تقبل القسمة على $x-1$

تمرين14 : نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$P(x)=x^3+3x^2-2x-6$

1.بين أن 3- جذر للحدودية $P(x)$

2.حدد حدودية $Q(x)$ بحيث: $P(x)=(x+3)Q(x)$

تمرين15 : نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x)=2x^3-5x^2-4x+3$

1. بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x-3$
2. حدد حدودية $Q(x)$ بحيث: $P(x)=(x-3)\times Q(x)$

تمرين16: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x)=2x^2+x-3$

1. بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x-1$
2. عمل الحدودية $P(x)$

تمرين17 : نعتبر الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$ بحيث:

$P(x)=x^3-2x^2-5x+6$ و $Q(x)=x^2-4x+3$.

1.أنجز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x+2$.

2.وبين أن $Q(x)$ تقبل القسمة على $x-3$.

3.استنتج تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.

تمرين18: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$$P(x)=x^4-3x^3-5x^2+13x+6$$

أحسب : $P(-2)$ و $P(3)$ ثم عمل الحدودية $P(x)$ بدلالة $x+2$ و $x-3$

تمرين19 : نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$P(x)=2x^3+3x^2+ax+b$ حيث $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$

1)حدد a و b حيث

أ) $P(x)$ تقبل القسمة على $x-2$

ب) باقي القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x-1$ هو -12

2)عمل الحدودية $P(x)$ في هذه الحالة

تمرين20 : نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$$P(x)=x^3-3x+2$$

1) أ) أحسب $P(1)$ ثم حدد الحدودية $Q(x)$ بحيث $P(x)=(x-1)Q(x)$

ب) تحقق من أن $P(x)=(x+2)(x-1)^2$

2)ليكن α عددا حقيقيا بحيث $1<\alpha<2$ اعط تأطيرا لكل من $\alpha+2$ و $(\alpha-1)^2$ ثم استنتج أن : $0<P(\alpha)<4$

تمرين21 : نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$P(x)=mx^3-3x^2-4mx+12$ حيث $m\in\mathbb{R}$

1) حدد قيمة m بحيث أن 3 جذر للحدودية $P(x)$

2)نفترض أن $m=1$

أ) أنجز القسمة الاقليدية ل $P(x)$ تقبل القسمة على $x-3$

ب) حدد تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.

3)لتكن الحدودية $Q(x)$ بحيث $Q(x)=P(x)-5(x-3)$

أ) تحقق من أن $Q(x)=(x-3)^2(x+3)$

ب)حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x)\times Q(x)>0$

تمرين22 : نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x)=3x^3-7x^2+4$

1) أ)أحسب : $P(1)$

ب) أنجز القسمة الاقليدية ل $P(x)$ تقبل القسمة على $x-1$

2) **أ)** حدد a و b حيث $(ax+b)(x-b)=3x^2-4x-4$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $3x^2-4x-4=0$

ج) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة $P(x)=0$

تمرين23 : نعتبر الحدودية $P(x)$ المعرفة بما يلي:

$$P(x)=2x^4-9x^3+14x^2-9x+2$$

1)تحقق من أن 0 ليس جذرا للحدودية $P(x)$.

2)بين أنه إذا كانت α جذرا للحدودية $P(x)$ فان $\frac{1}{\alpha}$ هو أيضا جذر للحدودية $P(x)$.

3)بين أن العدد 2 جذر للحدودية $P(x)$.

4)بانجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x-2$ حدد الحدودية $Q(x)$ حيث: $P(x)=(x-2)Q(x)$

5)استنتج أن: $Q\left(\frac{1}{2}\right)=0$

6)حدد الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث يكون:

$$Q(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)(ax^2+bx+c)$$

7)استنتج تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.

تمارين أخرى

تمرين1 : عمل الحدوديات التالية :

$P(x)=12x^5-4x^4+2x^3$ و

$P(x)=(3x-1)(5x^2-7)-(3x-1)(7x-3)$

و $P(x)=x^2-4x+4$

تمرين2: حدد باقي وخارج القسمة في الحالات التالية :

1. $P(x)=2x^3+3x^2-5x+1$ على $x+2$
2. $P(x)=5x^4-3x^2+2x-3$ على $x+1$
3. $P(x)=4x^5-5x^3+1$ على $x-3$

تمرين3 : نعتبر الحدودية $P(x)$ المعرفة بما يلي:

$P(x)=2x^3+ax^2+x+2$ حيث $a\in\mathbb{R}$

1. حدد العدد a علما أن 1 جذرا للحدودية $P(x)$.
2. نضع : $a=-5$

a. بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ حدد الحدودية $Q(x)$ حيث: $P(x)=(x-1)Q(x)$

b. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$

تمرين4: نعتبر الحدودية $P(x)$ المعرفة بما يلي:

$P(x)=x^3-\left(3\sqrt{3}+1\right)x^2+m\left(2+\sqrt{3}\right)x-6$ حيث $m\in\mathbb{R}$

1. حدد العدد m علما أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x-1$.
2. نضع : $m=3$

a) بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ حدد الحدودية $Q(x)$ حيث: $P(x)=(x-1)Q(x)$

b) تأكد أن $\sqrt{3}$ جذرا للحدودية $P(x)$.

c) عمل $P(x)$ الى جداء حدوديات من الدرجة الأولى

d) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$