Etude de fonctions

التمرين الأول

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,3]$ بما يلي :

$$f(x)=\left(\sqrt{x}-\sqrt{3}\right)^2$$

1) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 0

2) بين أن $\left(\forall x\in\ ]0,3]\right)\quad f'(x)=\dfrac{x-3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}$

3) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على J يتم تحديده ثم أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{1}{3}\left(x^2+x+\frac{1}{x}\right)$$

(I) نضع $g(x)=2x^3+x^2-1$

1) أ- أحسب نهايات الدالة g

ب- أحسب $g'(x)$ و ضع جدول تغيرات الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ و أن $0<\alpha<1$

3) استنتج إشارة $g(x)$

(II) 1) أ- أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f

ب- أحسب $f'(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة f و ضع جدول تغيراتها

2) أ- أعط معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة أفصولها -1

ب- حدد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T)

3) أرسم المنحنى (C_f) و المماس (T)

التمرين الثالث

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^+-\{1\}$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{1-\sqrt{x^3}+\sqrt{x}}{x-1}$$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)$ أول هندسيا النتيجة

2) أ- تحقق أن $\left(\forall x\in D_f\right)\quad f(x)=-\sqrt{x}+\dfrac{1}{x-1}$

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ أول هندسيا النتيجة

3) أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $a=0$

ب) أحسب المشتقة $f'(x)$ لكل x من $D_f-\{0\}$

ج- ثم ضع جدول التغيرات

4) أ- بين أن المعادلة $\sqrt{x}=\dfrac{1}{x-1}$ تقبل حلا وحيدا α

ب- بين أن $\alpha\in\left]\dfrac{3}{2},2\right[$ و أن $\alpha^2(\alpha-2)=1-\alpha$

5) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[-1,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+3-2\sqrt{x+1}$

1) تحقق أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

2) أ) بين أن

$$\left(\forall x>-1\right)\quad f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}+1\right)}$$

ب) أدرس تغيرات الدالة f

3) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=[0,+\infty[$

أ) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

ب) بين أن $\left(\forall x\in I\right)\quad g(x)=\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2+1$

ج) حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J

التمرين الخامس

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x)=x-\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$$

1) أ- حدد D_f و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)$

ب- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C)

2) أ- بين أن :

$$(\forall x>0)\quad f'(x)=\frac{(\sqrt{x}-1)(2x+\sqrt{x}+1)}{2x\sqrt{x}}$$

ب- أدرس منحنى تغيرات الدالة f و ضع جدول تغيراتها

3) أ- أدرس الوضع النسبي ل (C) و المستقيم $(\Delta)\quad y=x$

ب- أرسم المنحنى (C)

4) لتكن $(U_n)_n$ متتالية بحيث :

$$U_{n+1}=f(U_n)\ \text{ و }\ U_0=2$$

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_n>1$

ب- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

ج- بين أن $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها