

1° حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} (التحريين الأول)

المعادلة : $z^2 + 2z + 2 = 0$

نحل في المستوى العقدي (ننسخ إلى م. م. م. م. $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$)
النقط A و B و C التي أحدها التوالي :

$a = -1 + i$ و $b = 1 + i$ و $c = (1 + \sqrt{3})i$

لتكن $M(z)$ نقطة من المستوى العقدي و $M'(z')$ صورتها
بالدوران R الذي مركزه θ وزوايته $\frac{3\pi}{2}$.

$z' = -iz$: بين أن :

استنتج أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R.

$\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

لذا العدد $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ على شكل المتكافئ

استنتج أن المتكافئ ABC متساوي الأضلاع.

التحريين الثاني : نعتبر المتتالية العددية (u_n) اطرفها عايلي :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{7u_n + 4}{2u_n + 5} \end{cases} \quad / n \in \mathbb{N}$$

$(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n > 2$: بين بالرجوع أن :

$(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$

$(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = \frac{2 + v_n}{1 - v_n}$

بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ والتب $v_0 = \frac{1}{3}$

بين أن $v_n = 0$ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

I - لتكن الدالة العددية g اطرافها $g(x) = x^2 + x + 3 - 3 \ln x$:
1° بين أن : $g'(x) = (2x+3)(x-1)$: $(x > 0)$ 60,5

ما يلي :

2° استنتج أن الدالة g تزايدية على المجال $]0, 1[$ 60,5

3° استنتج أن : $g(x) > 0$: $(x > 0)$ 60,5

II - لتكن f الدالة العددية اطرافها على المجال $]0, +\infty[$ 60,5

$f(x) = x + \left(\frac{x+3}{x}\right) \ln x$

ولیکن (C) ممحلاً لها في \mathbb{R} 60,5

1° بين أن : $f(x) = -\infty$: $x \rightarrow 0^+$ 60,5

2° بين أن : $f(x) = +\infty$: $x \rightarrow +\infty$ 60,5

ب - بين أن اطرافها (C) تقبل فرعا متشعبا 60,5

المستقيم (Δ) الذي صفا دلتها $y=x$ نحو $x=+\infty$ 60,5

3° ج - بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$: $(x > 0)$ 60,5

ب - اكتب جدول تغيرات الدالة f 60,5

4° ج - ادرس إشارة $x - f(x)$ على المجال $]0, +\infty[$ 60,5

ب - استنتج أن (C) فوق (Δ) على $]1, +\infty[$ و تحت (Δ) على $]0, 1[$ 60,5

ج - بين أن اطراف دلتها $f(x) = 0$ تقبل حلا جديداً $\alpha \in]0, 1[$ 60,5

و أن : $\frac{1}{e} < \alpha < 1$ 60,5

د - ارسم اطرافها (C) و المستقيم (Δ) 60,5